



TITLE:

エルニーニョ現象に対するBattisti-Hirst遅延振動子モデルの解析 (非線形波動現象の数理解と応用)

AUTHOR(S):

梅木, 誠

CITATION:

梅木, 誠. エルニーニョ現象に対するBattisti-Hirst遅延振動子モデルの解析 (非線形波動現象の数理解と応用). 数理解析研究所講究録 2008, 1594: 159-165

ISSUE DATE:

2008-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/81671>

RIGHT:

エルニーニョ現象に対する Battisti-Hirst 遅延振動子モデルの解析

東大理 梅木 誠 (Makoto Umeki)

Department of Physics, Graduate School of Science
University of Tokyo

1 はじめに (気候変動と気候変化の違い)

人為的な気候変化についての知識を確立し、普及してその変化を打ち消すために必要な測定に対する基礎を与える努力が認められ、アルバート・アーノルド・ゴア・ジュニア元米国副大統領と気候変化に関する政府間パネル (Intergovernmental Panel on Climate Change, IPCC) に 2007 年のノーベル平和賞が授与されたことは記憶に新しい。最近、日本物理学会誌においても地球温暖化と人為的な CO₂ 濃度上昇に関する記事が現れつつある [5, 6, 7, 8]。

ところで、気象の用語では気候変化 (climate change) と気候変動 (climate variation または climate variability) を明確に区別している。気候の平年状態が長期的に変化する事を前者、気候の平年状態からの偏差を後者の用語で区別している [9, 10]。平年として 30 年程度の平均が通常とられる。それにもかかわらず、IPCC の CC は、気候変動と和訳され続けている。筆者には理解しがたい現状であり、注意喚起するために、この誤訳について日本物理学会誌の会員の声に投稿した [11]。気象庁の HP にある、気候変動に関する政府間パネル (IPCC) 第三次評価報告書 [1] には、「条約 (1992 年 5 月 9 日に作成された気候変動に関する国際連合枠組条約)」の用語にならい、IPCC の英文が climate change であるのにもかかわらず、その翻訳が「気候変動」に関する政府間パネルとされたという記述がある。政府の HP などから地球温暖化関係の公文書を検索し、英文と和文を比較することによって、climate change が行政用語では気候変動と訳されている事が実感できる。

ところで、南米ペルー沖の広い海域で海面水温が平年に比べて高くなる状態はエルニーニョ (El Niño) 現象としてよく知られている。同様に、その海面水温が低くなる状態はラニーニャ (La Niña) 現象と言われている。エルニーニョとラニーニャは数年 (およそ 4 年、あるいは 2-7 年程度) の周期で交互に現れていることが観測の事実である。このエルニーニョ現象は一年以上の周期をもつ気候変動の典型例である。本報文ではエルニーニョ現象に対して提案されている Battisti-Hirst のシンプルモデルを数値的に解析し、そのパラメータによって非周期解や発散解を含む種々の解がありうることを明らかにしたのでここに報告する。本研究はシンプルモデルによる振動現象を主眼としているので上記の分類では気候変動に属する研究であるが実際には発散解も存在し、その物理的対応物 (エルニーニョ現象が一様に広がったと仮定した場合であるが) はどちらかといえば気候変化と呼ぶことも可能であると筆者は考える。

2 エルニーニョ現象のシンプルモデル

エルニーニョ現象を記述する為に提案されている簡単な系のひとつに、以下のような遅延振動子型のモデル (Suarez & Schopf 1988)[2] が存在する。

$$\frac{dT}{dt} = -bT(t-\tau) + cT - eT^3 \quad (1)$$

ここで、 $T = T(t)$ は東太平洋での平均海面温度、係数 b は西海岸でのロスビー波の反射による遅延時間 τ を含む線形効果 (主に振動を与える)、 c は大気海洋のカップリングによる不安定性、 e は密度躍層の高さ h を振動として温度変化を展開した時に生じる 3 次の非線形減衰を表す。

ところが、Battisti & Hirst (1989) [3] のオリジナルモデルには、

$$\frac{dT}{dt} = -bT(t-\tau) + cT - e[T - rT(t-\tau)]^3 \quad (2)$$

のように3次の遅延項が含まれている。 r は風による遠隔応力と局在応力の h に与える寄与の比を示す。

式(1)と式(2)を見比べた場合、式(1)は線形不安定、遅延項による振動、非線形減衰のそれぞれの項の物理的意味が明確である。それゆえ、遅延振動子モデルとしてはほとんどの文献で式(1)が挙げられており、非線形減衰と同じオーダーであるにもかかわらず、3次の遅延項は無視されてきた。

式(1)に対してその周期解の性質が論じられているが、この系からカオス状態が得られたと言う報告はない。なお、Jin, Neelin & Ghil (1994)[4]では春夏秋冬の季節変動による2重周期性に起因するシナリオが指摘されている。

今回、式(2)のアトラクターをパラメータをいろいろ変えて詳細に調べた結果、あるパラメータ領域で明らかに周期的ではない不規則な解が生じることを見出した。

3 定常解

初めに(2)の定常解を求める。 $dT/dt = 0$ あるいは $T = \text{一定}$ 、より

$$T = T_0 = 0 \quad (3)$$

と

$$T = T_{\pm} = \pm[(c-b)/\{(1-r)^3 e\}]^{1/2} \quad (4)$$

が得られる。 $T = T_{+}$ を定常エルニーニョ解、あるいは単にエルニーニョ解と呼び、同様に $T = T_{-}$ を定常ラニーニャ解、あるいは単にラニーニャ解と呼ぶ事にする。

4 周期解

次に(2)の時間周期解を求める。厳密解はまだ知られておらず、摂動計算による弱非線形解の求め方が知られている。 $T = T_0 \cos \sigma t$ を仮定して式(??)に代入する。 $\sin \sigma t$, $\cos \sigma t$ の係数を比較することで、

$$-\sigma + b \sin \beta = \frac{3}{4} e \sin \beta T_0^2 r (1 + r^2 - 2r \cos \beta) \quad (5)$$

$$-\frac{3}{4} e T_0^2 = \frac{b \cos \beta - c}{(1 - r \cos \beta)^3 - r^3 \sin^3 \beta} \quad (6)$$

が得られる。 T_0 を消去することで、 σ に対する方程式を得ることができる。

5 数値計算

数値積分には、DDE(delayed differential equations) ソルバーの DKL6G を用いた。初期条件は $T(+0) = 1, T(t) = 0, t < 0$ である。パラメータの典型的な値は

$$(b, c, e, r, \tau) = (3.9, 2.2, 0.07, 0.66, 0.5(\sim 180/365)), \quad (7)$$

である。 b, c は年⁻¹, τ は年, e は K⁻² 年⁻¹ を単位とする。式 (2) において、2つのパラメータは規格化により消去することができるので、本研究では $e = 0.07, \tau = 0.5$ と固定する。特に $0 \leq b \leq 18, 0 \leq c \leq 3.6, 0 \leq r \leq 2.7$ の範囲を詳細に調べた。1度に2パラメータを10個ずつ変化させる100通りの計算を行うプログラムを作り、それを10回程度走らせることで以下に示す非周期状態を含む詳細なパラメータ依存性が調べられた。

まず、典型的なパラメータである (7) の場合の解の様子を図 1 に示す。初期状態から安定な周期解に漸近していく様子がわかる。

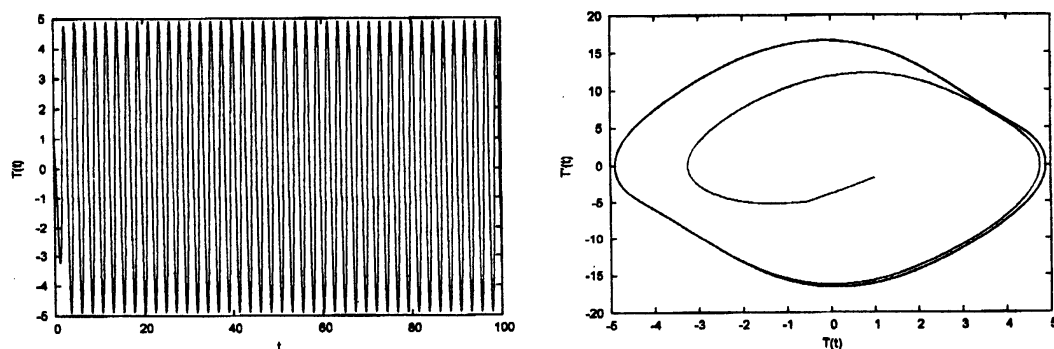


図 1: パラメータを (7) で与えた時の $T(t)$ の時間発展 (左) とその解の (T, T') 平面への射影 (右)。左図では横軸は年、縦軸は温度 K を単位とする。

次に、図 2 にパラメータが

$$(b, c, e, r, \tau) = (12, 2.4, 0.07, 2.34, 0.5), \quad (8)$$

である場合の $0 < t < 100$ の解の挙動を示す。図 3 は連続する $T(t)$ の極大値を T_n として、 (T_n, T_{n+1}) 平面でその点をプロットした図 (ポアンカレプロット) である。明らかにカオスの特徴である折りたたみ構造が見受けられる。

例示された非周期状態の平均周期 ($T(t)$ の連続する極大値間の t の平均) は約 2 年であるが、この周期はパラメータの取り方に任意性があるので、通常考えられているエルニーニョの周期 3-4 年となるパラメータももちろん存在する。

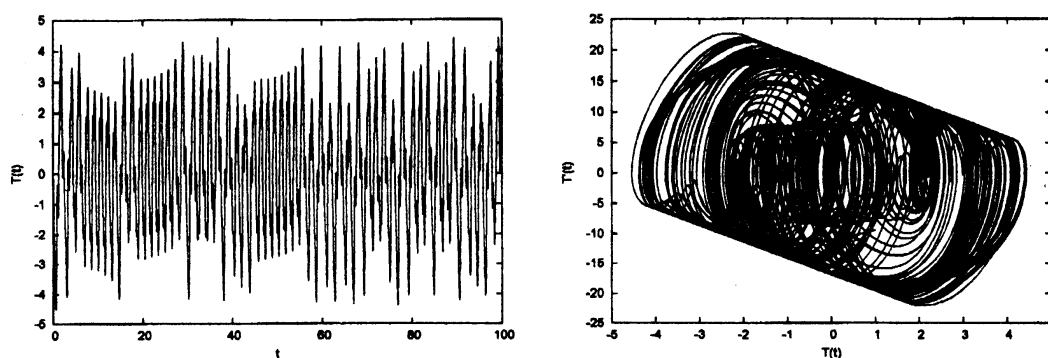


図 2: パラメータを (8) で与えた時の $T(t)$ の時間発展 (上) とその解の (T, T') 平面への射影。左図では横軸は年、縦軸は温度 K を単位とする。

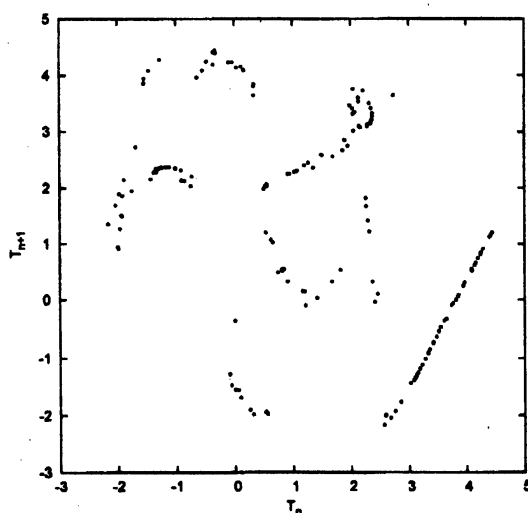


図 3: $T(t)$ の極大値 T_n の (T_n, T_{n+1}) 平面でのポアンカレプロット

最後に、図 4 にパラメータが

$$(b, c, e, r, \tau) = (2.0, 2.0, 0.07, 1.20.5), \quad (9)$$

である場合の $0 < t \lesssim 80$ の解の挙動を示す。時間とともに解が発散していく解（温暖化解と言っていいであろう）を示している。現実には、このような大きな T に対してはもはや 3 次の非線形性効果まででは十分ではなく、さらに高次の効果を検討する必要がある。縦軸に対数を取ったプロットで、 $t > 50$ でほぼ直線とみなせることから、温度変化は指数的な増大であると言える。

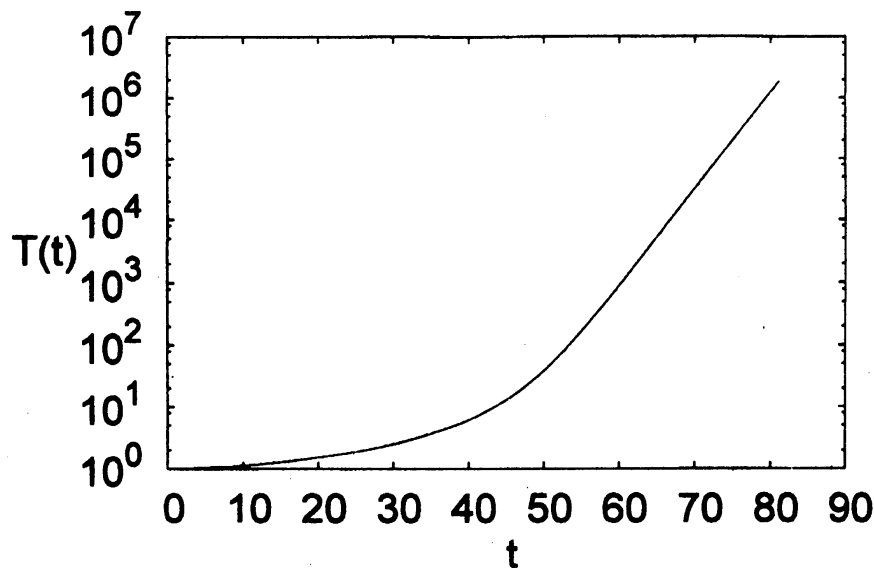


図 4: パラメータを (9) で与えた時の $T(t)$ の時間発展。横軸は年、縦軸は温度 K を単位とする。縦軸は対数を取っている。

6 分岐ダイアグラム

このような計算を $10 \times 10 \times 10$ の千通りの異なるパラメータで行った。図 5 にパラメータ依存性がすぐ分かるように分岐ダイアグラムを示す。 Z はゼロ解、 F はゼロでない固定点解、 D は発散解、 P は周期解、 C はカオス解、 LP は非常に長い周期 (100 年のオーダー) の解、 LPD は長い周期をもって振動しながら減衰する解を示す。 $r = 2.1$ 以上でカオス解が発生している。このように、文献 [3] による典型的なパラメータ領域とは違う領域であるが、遅延振動子モデルにカオスが存在しうることを示した。

7 結論と謝辞

Jin, Neelin & Ghil (1994)[4] のように季節変動を考慮しなくても、シンプル遅延振動子モデルにおいて不規則なエルニーニョ振動が生じうる事を示した。このようなシンプルモデルにおいてもパラメータが異なれば解の特性が急激に変化することは、地球温暖化問題に照らし合わせば、過去長年にわたり微妙なバランスが取れていた状態から、人為的な (CO_2 濃度変化などの) 環境変化によって急速に異なるパラメータ状態に移移することで、バランスの取れていない発散状態やその他の解に移りうることを示唆する。その意味で、環境パラメータを一定範囲に維持するよう、あるいは、人為的な温暖化ガス排出をなるべく人類がコントロールできるよう、環境を整備していく考え方 (どのようにコントロールすることがよいのかは困難な政治的問題であろう) への賛同に共感できることは自然な考え方であろう。

本報文作成に当たり、気象海洋分野の現状や文献を教えて頂いていた東京大学大学院理学系研究科地球惑星学科の山形俊男先生に感謝します。

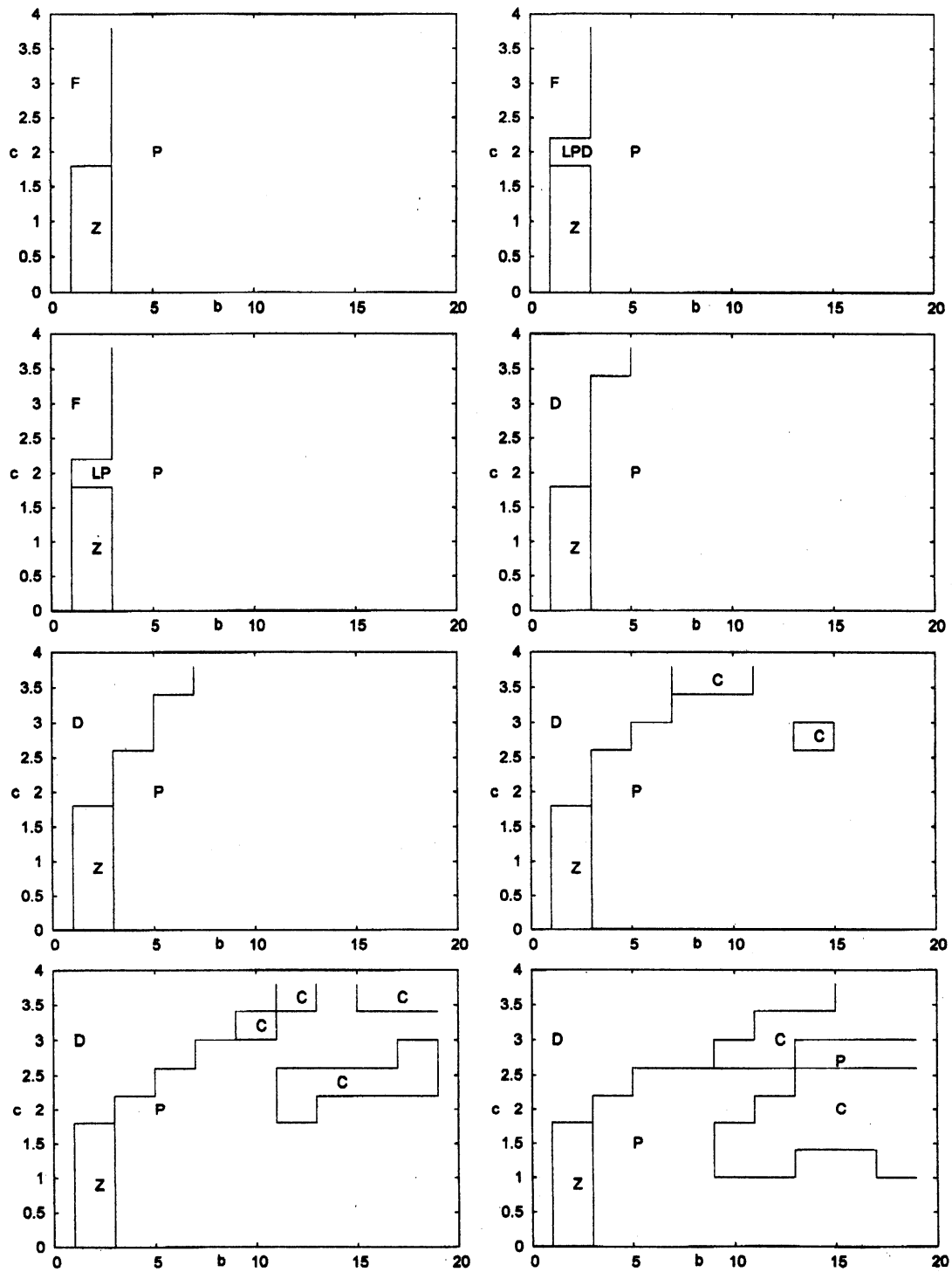


図 5: r を固定してパラメータ空間 (b, c) で見た分岐ダイアグラム。左上、右上、...、左下、右下の順に、 $r = 0, 0.6, 0.9, 1.2, 1.8, 2.1, 2.4, 2.7$ としている。 $r = 0.3, 1.5$ はその前のダイアグラムと類似しているので省略した。

参考文献

- [1] <http://www.data.kishou.go.jp/climate/cpdinfo/ipcc/tar/TARWGISPMJP.pdf>
- [2] M. J. Suarez and P. S. Schopf, J. Atmos. Sci. **45** (1988) 3283.
- [3] D. S. Battisti and A. C. Hirst, J. Atmos. Sci. **46** (1989) 1687.
- [4] F. F. Jin, J. D. Neelin and M. Ghil, Science **264** (1994) 70.
- [5] 植田敦: 日本物理学会誌 **62** (2007) 115.
- [6] 阿部修治: 日本物理学会誌 **62** (2007) 563.
- [7] 一丸節夫: 日本物理学会誌 **62** (2007) 631.
- [8] 一丸節夫: 日本物理学会誌 **63** (2008) 63.
- [9] 山形俊男: 私信 (2008)
- [10] 近藤洋輝: 地球温暖化がわかる本 成山堂書店 (2003) 28.
- [11] 梅木誠: 日本物理学会誌 **63** (2008) 掲載予定。